

EXCEL e lo studio delle funzioni

Istruzioni per l'uso

A) Semplici funzioni: lineare, quadratica, cubica ed esponenziale.

Aprite un foglio elettronico (come Excel). È bene che, qualunque cosa si voglia fare, la prima riga sia sempre dedicata ad etichettare quello che ci sarà nelle colonne sottostanti. Dunque, con un formato di carattere più grande e/o in grassetto, va scritta la variabile indipendente (x o t , meglio quest'ultima per abituarsi alle funzioni di cui ci occupiamo in meccanica), poi la funzione (ad esempio: $f(t)=2t$; $f(t)=t^2$; $f(t)=t^3$; $f(t)=2^t$ o altre secondo la propria curiosità), e poi per ogni funzione le differenze, Delta, tra i valori della funzione (corrispondentemente ad incrementi della variabile indipendente), con pedice 1, 2,... per indicare primo, secondo,... ordine – ma si capirà più avanti.

Per scrivere le lettere greche c'è il “tipo di carattere” *Symbol*.

Per mettere apici o pedici, sotto Formato>Celle>Carattere trovate queste opzioni (Nelle nuove versioni di Office dovrebbe essere più facile).

Scritta la prima riga, bisogna inserire i valori della variabile indipendente nella prima colonna: il primo è quello iniziale (zero o altro valore, secondo le proprie preferenze) e lo si scrive nella casella A2; poi nella casella successiva, A3, si scrive “=A2+0,1” o altro **incremento** Δt a scelta (ATTENZIONE, è importante l'uguale iniziale), in questo modo il programma esegue la somma e nella casella compare il risultato.

Come si fa ad iterare questo procedimento? Si va con il mouse nell'angolino in basso a destra della casella A3, quando compare la croce nera semplice, tenendo premuto il tasto sinistro, si trascina giù fino alla casella (e al valore) che si vuole. Lasciando il tasto, compaiono tutti i valori (incrementati di Δt).

E passiamo alla seconda colonna, la funzione. Questa volta, già nella prima casella, B2, si dà un'istruzione al programma: “=A2*2” (il *per* è “*”, il *diviso* è “/”), se si vuole costruire la tabella della funzione “ $2t$ ”; oppure “=A2^2”, se si vuole costruire la tabella della funzione potenza seconda (o quadratica) “ t^2 ”; oppure “=A2^3”, se si vuole costruire la tabella della funzione potenza terza “ t^3 ”; oppure “=2^A2”, se si vuole costruire la tabella della funzione esponenziale di base 2. Naturalmente se si vogliono aggiungere dei coefficienti, basta moltiplicare (“*”) per i valori numerici scelti, così come anche se si vuole aggiungere un termine noto (“coefficiente del termine di grado zero”). La tabella, a questo punto, si costruisce per iterazione, con il procedimento del trascinamento descritto sopra. Il trascinamento, lungo una colonna o lungo una riga, non fa altro che incrementare, rispettivamente, il valore “numero” o “lettera” che etichetta ogni casella (alla maniera della “battaglia navale”, dice Santamato, dimenticando che forse le/i bambine/i di oggi non giocano più alla battaglia navale).

RICORDARSI che, se si vuole tenere bloccato un valore di una casella durante un trascinamento, bisogna includere la **lettera** tra due “\$”; ad esempio, mettiamo che vogliamo cambiare il valore dell'incremento Δt senza dover ripetere la costruzione di tutte le tabelle: ebbene inseriamo il valore, che poi vogliamo eventualmente cambiare a piacimento, in una casella vuota, ad esempio M2, poi nell'andare a definire il valore della casella A3 (vedi sopra) questa volta scriviamo “=A2+\$M\$2”; questo ci assicura che il valore viene sempre preso dalla casella M2, nel successivo trascinamento, che incrementerà solo il numero della casella “A...” e non quello della casella M2.

Le differenze di valori o incrementi, Δ_n , di ordine “ n ” (che devono essere tutti minori o al più uguali all’esponente nel caso delle potenze), si scrivono nelle colonne successive. Si comincia con l’ordine “1”, spostandosi di una casella in basso, dunque C3, la si va a definire come “=B3–B2” e poi si itera, trascinandolo giù per tutta la colonna; analogamente per colonne e ordini successivi (ordine “2”, si definisce D4 come “=C4–C3”, e così via fino all’ordine uguale all’esponente).

Si ripete il tutto per ogni nuova funzione, che si vuole inserire nelle colonne successive. Ad esempio, “potenza n -sima”, e a seguire differenze fino all’ordine “ n ”.

L’utilità di costruire queste colonne con le differenze Δ_n , di ordine “ n ”, è di rendersi conto di quel che accade per le colonne successive e al variare della funzione di partenza – qualcosa di molto particolare accade per la funzione esponenziale. L’introduzione di grafici (vedi sotto) può aiutare in questi confronti.

Si possono inserire dei grafici.

(Attenzione: quello che segue è relativo ad una versione 2004 di Office – per le versioni più recenti ci sono dei cambiamenti, ma s’impara più facilmente “provando e sbagliando”).

Sotto Inserisci>Grafico>Tipo di grafico>Dispers. (XY)>Punti evidenziati e linee smussate>Avanti>Serie>Aggiungi>Nome: (lineare, quadratica, ecc.); Valori X: (si clicca sul quadratino a destra, compare il foglio, si selezionano le caselle nella colonna della variabile indipendente, e si clicca di nuovo il quadratino nella sottile finestra “Creazione guidata Grafico..”); Valori Y: (si cancella quello che è eventualmente già scritto, poi si clicca sul quadratino, si selezionano le caselle relative ai valori della funzione che si vuole rappresentare e si clicca nuovamente il quadratino); si può già dare >Fine; le altre opzioni perfezionano la visualizzazione del grafico (secondo i gusti personali).

Per paragonare i grafici di funzioni diverse: nell’Area del grafico, con il tasto destro si apre una tendina, e col sinistro su >Dati di origine>Serie>Aggiungi e si ripete la procedura per i nuovi dati (eventualmente con colore diverso).

B) Concetto di limite del rapporto incrementale, derivata, interpretazione geometrica.

Un primo foglio: Limite. Vale quanto detto precedentemente per la prima riga (descrittiva di quanto compare nelle colonne sottostanti).

Prima colonna: i valori della variabile indipendente con la procedura già descritta (decidendo gli estremi dell’intervallo di variazione e l’incremento, abbastanza piccolo, in modo da avere molti punti per il grafico). Seconda colonna: la funzione; ad esempio $f(\varphi)=\cos(\varphi)$, e la f può rappresentare una coordinata spaziale (x, y, z, s , ad esempio). Nella prima casella, B2, si introduce il valore “=COS(A2)”, poi si trascina (ovviamente la variabile indipendente, in questo caso, è data da valori in radianti). Si può poi inserire il grafico. Le prime due colonne servono, dunque, solo per una visualizzazione della funzione.

Terza colonna C: casella singola: valore iniziale “ φ_0 ” della variabile indipendente (a scelta tra quelli presenti nella prima colonna); quarta colonna D: casella singola: valore della funzione “ $f(\varphi_0)$ ” (si introdurrà “=COS(C2)”).

Quinta colonna E: i valori dell’incremento della variabile indipendente, $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ (il valore di φ può essere scelto tra quelli presenti nella prima colonna), per il calcolo del rapporto incrementale. Si può cominciare, nella casella E2, da un valore abbastanza grande e poi lo si rende sempre più piccolo fino ad un certo valore “opportunamente” piccolo (si capirà fra poco); nella casella

successiva, E3, s'introduce ad esempio "=E2/2", e così via se si vuole procedere per dimezzamenti, trascinando le caselle fino al valore minimo. Sesta colonna F: i valori " $\varphi_0 + \Delta\varphi$ " (qui RICORDARSI di bloccare con i \$ il valore del φ_0 : \$C\$2; mentre $\Delta\varphi$ può scorrere). Settima colonna G: i valori " $f(\varphi_0 + \Delta\varphi)$ " partendo da "=COS(F2)". Ottava colonna H: i valori dell'incremento della funzione, " $\Delta f = f(\varphi_0 + \Delta\varphi) - f(\varphi_0)$ ", cominciando da "=G2-\$D\$2". Nona colonna I: i valori del rapporto incrementale, " $\Delta f/\Delta\varphi$ ".

Bene! Ora si ha davanti l'andamento del limite del rapporto incrementale, e ci si può fermare quando si vede che la seconda o terza cifra decimale (dipende dalla precisione desiderata) non cambia più, ecco il senso dell'opportuno piccolo per l'incremento $\Delta\varphi$. Si può confrontare questo valore con il valore della derivata (in questo caso " $-\text{sen}(\varphi_0)$ "), calcolata nel punto iniziale φ_0 prescelto. Che ve ne pare? Naturalmente, potete scegliere in Formato>Celle>Numero>Categoria: Numero quante cifre decimali volete per gli opportuni confronti.

Secondo foglio: Interpretazione geometrica.

Prima colonna A: solita variabile φ , con incrementi piccoli. Seconda colonna B: valori corrispondenti della funzione $x = f(\varphi) =$ (sempre, ad esempio) $\cos(\varphi)$. Terza colonna C: casella singola: un valore iniziale, φ_0 , a scelta (meglio se tra i valori della colonna A, come già detto). Quarta colonna D: casella singola: un valore a scelta dell'incremento $\Delta\varphi$. Quinta colonna E: casella singola: $\varphi_0 + \Delta\varphi$. Sesta colonna F: casella singola: $f(\varphi_0)$. Settima colonna G: casella singola: $f(\varphi_0 + \Delta\varphi)$. Ottava colonna H: casella singola: il rapporto incrementale $\Delta f/\Delta\varphi$. Nona colonna I: la retta secante! Vediamo un po', deve avere l'equazione di una retta passante per il punto di coordinate $(\varphi_0, f(\varphi_0))$ ed avente coefficiente angolare dato dal rapporto incrementale precedentemente trovato. Provate a scriverla e poi controllate nell'ultima pagina [A]. Ora bisogna introdurre il primo valore nella prima casella della nona colonna, avendo cura di bloccare i valori fissi, che sono nelle colonne precedenti, e lasciando libero solo A2 (no?). Provateci e poi controllate in ultima pagina [B]. Ora, trascinando giù le caselle, costruite la tabella dei valori della secante. Ed ora inserite i due grafici, insieme, selezionando una prima volta i valori della funzione (coseno) ed una seconda volta i valori della secante (con due colori diversi). La procedura è del tutto identica a quella vista in precedenza. Dovreste essere già piuttosto bravi. La cosa interessante da fare è quella di provare con alcuni valori opportunamente scelti del punto iniziale e poi facendo variare (e via via diminuendo) l'incremento $\Delta\varphi$, e, nel fare questo, osservare il cambiamento del grafico. Una volta capito il meccanismo, si possono omettere alcune delle caselle singole intermedie per far prima.

Terzo foglio: Derivata. Confronto tra rapporto incrementale o velocità media (con Δt scelto a piacere) e derivata, e confronto tra i rispettivi grafici.

Prima colonna: i valori della variabile indipendente con la solita procedura.

Seconda colonna: i valori della funzione $x(t)$, (scelta a piacere – se si sceglie, però, il coseno o il seno o l'esponenziale o una qualunque funzione "trascendente", ATTENZIONE, l'argomento deve essere adimensionale, come è infatti il radiante, e quindi davanti alla variabile t deve esserci un coefficiente costante con le dimensioni: $[t^{-1}]$).

Terza colonna: la velocità media (cioè il rapporto incrementale) $v_m(t) = \Delta x/\Delta t$, facendo la differenza tra la seconda e la prima riga, tra la terza e la seconda ecc. della seconda colonna e dividendo per Δt ; avendo fissato questo valore di Δt , ed avendolo inserito in una casella singola, ad es. F2, e da tenere quindi bloccato (\$F\$2) mentre scorrono i valori delle caselle B... .

Quarta colonna: i valori della funzione derivata, o velocità istantanea, $v(t) = dx/dt$.

I grafici: si possono inserire i grafici della funzione, della velocità media e della velocità istantanea e paragonarli al variare del Δt che si sceglie.

Consiglio generale: conviene scrivere in rosso i valori di tutti i parametri che si vogliono scegliere a piacere e che quindi possono essere cambiati, ottenendo automaticamente il ricalcolo delle funzioni e dei punti sui grafici.

Buon lavoro e... buon divertimento.

A) $g(\varphi) = f(\varphi_0) + \Delta f / \Delta \varphi (\varphi - \varphi_0)$

B) “=F\$2+H\$2(A2-\$C\$2)”