UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II"
Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini"

Corso di Laurea in FISICA

Esercitazioni
di
MECCANICA e TERMODINAMICA

Anno Accademico 2016–2017

UNITÀ **A** - Appendice

Cinematica dei Moti Relativi

[a cura di Alberto Clarizia]

1 Moto di trascinamento traslatorio

1.1 Traslatorio rettilineo uniforme

Esercizio 1.1 Un'automobile della Polizia sta viaggiando con una velocità costante $v_P = 90\,km/h$ su un tratto rettilineo di un'autostrada, lungo il quale c'è un limite di velocità di $110\,km/h$. Gli agenti notano un'automobile rossa che procede nella stessa direzione e nello stesso verso $1\,km$ dietro. Dopo $2\,min$ l'automobile rossa raggiunge l'auto della Polizia, ma non la sorpassa, frenando la sua corsa. Gli agenti sono in grado di valutare la velocità media relativa dell'auto rossa e quindi la bloccano per contestarle la contravvenzione. Qual è la velocità media relativa e quale quindi la velocità media dell'automobile rossa rispetto al suolo?

Esercizio 1.2 Un cannone piazzato sulla costa, su una roccaforte, all'altezza di $h = 30\,m$ sul livello del mare, spara un proiettile contro una nave che sta procedendo direttamente verso il cannone a una velocità di modulo $|\vec{V}| = 63\,km/h$. All'istante dello sparo la distanza della nave è $L = 37\,km$. La velocità iniziale (velocità alla bocca) del proiettile ha modulo $|\vec{v}_0| = 600\,m/s$ e l'angolo che il vettore forma con l'orizzontale (angolo di alzo) è $\alpha = 40°$. Si trascuri la resistenza dell'aria. Calcolare:

a) a quale distanza dalla nave cadrà il proiettile;

b) a quale altezza, z'_1, e con quale velocità in modulo, rispetto alla nave, passerà il proiettile sulla verticale della nave.

Esercizio 1.3 La pioggia cade verticalmente con una velocità di $10\,m/s$; un uomo cammina con una velocità di $6\,km/h$; qual è la migliore inclinazione che egli può dare all'ombrello?

Esercizio 1.4 Un uomo che corre a $14\,km/h$ verso Ovest osserva il vento provenire da Nord-Ovest; riducendo la propria velocità a $6\,km/h$ osserva il vento provenire da Nord. Trovare la direzione del vento rispetto alla terra e la sua velocità.

Esercizio 1.5 Un piroscafo naviga in acqua ferma a velocità costante di $12\,nodi$; se naviga verso Est il vento appare, ad un osservatore sulla nave, provenire da Nord; se naviga verso Sud il vento appare provenire da Nord-Ovest. Trovare la direzione del vento rispetto alla terra e la sua velocità.

Esercizio 1.6 Una nave fa $23\,nodi$ con rotta Nord-Est e si trova in una corrente di $3\,nodi$ diretta da Ovest a Est; si determini l'angolo di deriva (l'angolo tra la velocità relativa e la velocità assoluta), la rotta effettiva e la velocità assoluta (in metri al secondo). [$1\,nodo = 1\,miglio\ nautico\ all'ora$ essendo $1\,miglio\ nautico = 1852\,m$]

Esercizio 1.7 Una barca che in acqua ferma può muoversi con una velocità $|\vec{v}|$ attraversa un fiume in un tratto rettilineo largo d, nel quale l'acqua scorre con velocità costante $|\vec{V}|$. Si determini la distanza l tra il punto di partenza e il punto di approdo della barca nel caso in cui la sua rotta sia costante ed uguale a α (angolo misurato rispetto alla direzione della riva di partenza).

Esercizio 1.8 Un vaporetto attraversa un lago andando in linea retta dalla città **M** alla città **N**, che distano $20\,km$. La sua velocità in assenza di corrente nel lago è costante e il suo modulo è uguale a $|\vec{v}| = 10\,km/h$. Il lago è sede di correnti che variano con la stagione.

a) Quanto dura un viaggio di andata e ritorno in assenza di corrente?

b) Quanto dura un viaggio di andata e ritorno se una corrente si muove da **M** ad **N** con velocità di modulo $|\vec{u}| = 5\,km/h$ lungo la retta che congiunge le due città?

c) Quanto dura un viaggio di andata e ritorno se una corrente si muove con velocità di modulo $|\vec{u}| = 3\,km/h$ lungo una retta ortogonale alla congiungente **M–N**?

Esercizio 1.9

Nel canale disegnato nella figura 1 la corrente è praticamente nulla in ogni punto $x < a$ e ha una velocità V_y in ogni punto $a < x < b$. Partendo dal punto A della figura,

a) in che direzione, fissa per tutto il tragitto, deve puntare la prua di un battello, la cui velocità rispetto all'acqua si mantiene in modulo costante $|\vec{v}|$, affinché approdi sull'altra sponda esattamente nel punto B della figura?

b) In quanto tempo avviene l'attraversamento?

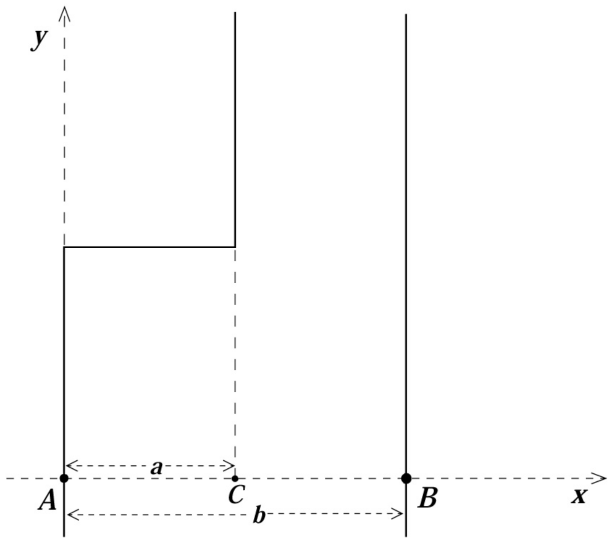

Figura 1: relativa all'esercizio **1.9**

APPLICAZIONE NUMERICA: $a = 1\,km$; $V_y = -10\,km/h$; $b = 2\,km$; $|\vec{v}| = 20\,km/h$.

Esercizio 1.10

[*Particolare moto di trascinamento: non rigido*] In un fiume rettilineo, di larghezza costante L, la corrente scorre parallela alle rive e la sua velocità dipende in modo lineare dalla distanza dalla riva, ed ha un valore massimo $V_M = |\vec{V}_M|$ in corrispondenza del centro del fiume. In un sistema di riferimento in cui la barca parte dall'origine, l'asse x è orientato lungo il corso del fiume e l'asse y ortogonalmente, l'espressione analitica della velocità della corrente in funzione della distanza y da una delle rive è quindi:

$$V(y) = V_x(y) \quad = \quad \begin{cases} \frac{2V_M}{L}\, y & 0 \le y \le \frac{L}{2} \\ \frac{2V_M}{L}(L-y) & \frac{L}{2} \le y \le L \ . \end{cases}$$

Una barca attraversa il fiume procedendo con una velocità di modulo $|\vec{v}|$ costante rispetto all'acqua. Supponendo di attraversare il fiume con l'asse longitudinale della barca sempre tenuto ortogonale alla corrente,

a) calcolare lo spostamento subìto dalla barca lungo la direzione della corrente quando è stata raggiunta l'altra riva.

Supponendo invece di attraversare il fiume con l'asse longitudinale della barca che forma un angolo α costante rispetto alla direzione ortogonale alla corrente (in modo da compensarla),

b) calcolare il valore di α che permette di arrivare esattamente nel punto di fronte a quello di partenza.

APPLICAZIONE NUMERICA: $L = 300\,m$; $V_M = 1.0\,km/h$; $|\vec{v}| = 4.0\,km/h$.

1.2 Moto di trascinamento traslatorio rettilineo accelerato

Esercizio 1.11 Dalla sommità di un piano inclinato privo di attrito si lascia cadere un corpo con velocità $\vec{v}_0$ diretta lungo il piano inclinato; nello stesso istante il blocco che costituisce il piano inclinato viene lasciato cadere, ed esso cade verso il basso con accelerazione uguale a quella di gravità. Si determini il moto del corpo, sia nel sistema fisso (moto assoluto) sia nel sistema solidale con il piano inclinato (moto relativo).

Esercizio 1.12 Supponiamo di essere in un ascensore fermo a un piano quando all'improvviso il cavo di sospensione si rompe e, non funzionando i freni, l'ascensore comincia a cadere liberamente.

a) Se, nello stesso istante in cui l'ascensore comincia a cadere, lasciamo cadere le nostre chiavi da $1\,m$ sopra il pavimento, quanto tempo impiegheranno per raggiungere il pavimento?

b) Supponiamo ora che, dopo che l'ascensore è caduto di un piano ($3.3\,m$), ad un istante t_0 i freni rientrino in funzione e rallentino l'ascensore con un'accelerazione costante. Se l'ascensore si arresta dopo altri 4 secondi, quanto cammino ha percorso, a partire da t_0, quando le chiavi colpiscono il pavimento?

Esercizio 1.13 Su un carrello, mobile lungo un binario rettilineo orizzontale, sono posti due piccoli cannoni di dimensioni trascurabili a distanza D l'uno dall'altro. I cannoni sono puntati l'uno contro l'altro con alzi θ_1 e θ_2, rispettivamente. Il carrello si muove lungo il binario con accelerazione costante A diretta dal primo cannone verso il secondo. Ad un certo istante, i due cannoni lanciano simultaneamente due palline di masse trascurabili rispetto alla massa del carrello.

Trascurando l'attrito con l'aria, determinare:

a) le velocità v_1 e v_2 relative al carrello che i due cannoni devono imprimere alle rispettive palline affinché esse si scontrino al livello del piano di lancio;

b) il punto $\bar{x}$ del piano di lancio in cui le due palline si incontrano e l'istante t_v ("tempo di volo") in cui avviene lo scontro;

c) la massima quota raggiunta da ciascuna pallina.

APPLICAZIONE NUMERICA: $D = 3.4$ m ; $\theta_1 = 30°$; $\theta_2 = 45°$; $A = 1.3$ m/s^2.

Esercizio 1.14 Un treno si muove su un binario rettilineo orizzontale con legge oraria $s(t) = bt^2 + ct$. All'istante $t = t_1$ un viaggiatore lascia cadere, da ferma, una pallina da una altezza h rispetto al pavimento del vagone. Determinare:

a) l'istante $t_f = t_1 + t_v$ in cui la pallina tocca il pavimento del vagone;

b) la gittata (distanza orizzontale tra il piede della verticale per il punto di partenza e il punto di arrivo) della pallina come determinata dal viaggiatore fermo nello scompartimento e da un osservatore fermo rispetto al terreno;

c) i vettori velocità ed accelerazione della pallina, nell'istante in cui tocca il pavimento, nel sistema di riferimento dello scompartimento del treno ed in quello solidale al terreno.

APPLICAZIONE NUMERICA: $b = 0.8\,m/s^2$; $c = 2.2\,m/s$; $h = 180\,cm$; $t_1 = 4\,s$.

Esercizio 1.15 Un vagone di un treno parte da fermo e si muove di moto rettilineo su un piano orizzontale con accelerazione costante A_x. All'interno del vagone un bambino gioca tirando in alto una palla. Ad un istante t_1 dalla partenza del treno, il bimbo lancia la palla con velocità di modulo pari a $\left|\vec{v}_0^{\,(\mathrm{rel})}\right| = v_0$, rispetto al treno.

a) Determinare con quale inclinazione, rispetto all'orizzontale, il bambino deve lanciare la palla affinché questa gli ritorni tra le mani e dopo quanto tempo, dall'istante di lancio, la palla gli ritorna in mano (tempo di volo, t_v).

b) Calcolare la gittata della palla per un osservatore fisso esterno al treno.

APPLICAZIONE NUMERICA: $A_x = 1.5$ m/s^2 ; $v_0 = 3.20$ m/s ; $t_1 = 5.0$ s.

Esercizio 1.16 Una trave è poggiata sopra un rullo cilindrico di raggio $r = 25\,cm$. Si spinge la trave facendola avanzare di un tratto $l = 4\,\pi$ *metri*, corrispondentemente il rullo ruota senza scivolare lungo la trave. Si calcoli il numero N di giri compiuti dal rullo nei due casi seguenti:

a) il rullo è vincolato a ruotare intorno al proprio asse;

b) il rullo rotola sul suolo (senza strisciare).

Esercizio 1.17 Una bicicletta le cui ruote hanno un raggio pari a R percorre una strada fangosa a una velocità costante, diretta lungo l'asse x, e pari in modulo a $|\vec{V}|$.

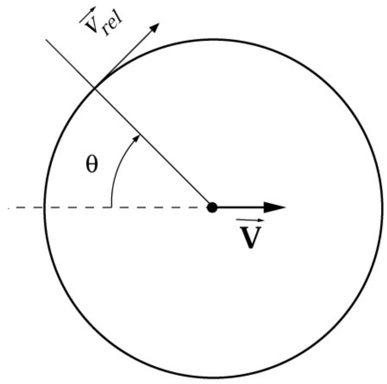

Figura 2: relativa all'esercizio **1.17**

a) Nell'ipotesi di rotolamento, determinare la velocità angolare ω della ruota.

b) Determinare, in funzione dell'angolo θ (angolo, considerato qui positivo, che il raggio forma nel verso orario con il semiasse indicato in Figura 2), le componenti orizzontale $v_x(\theta)$ e verticale $v_z(\theta)$ della velocità assoluta del punto generico sul bordo esterno della ruota.

c) Dalla ruota si staccano delle piccole particelle di fango. Esaminando la dipendenza dall'angolo θ della sola componente verticale del moto di tali particelle, determinare l'angolo θ_M da cui si staccano le particelle che raggiungono la massima altezza h_M rispetto al suolo e il valore di h_M.

APPLICAZIONE NUMERICA: $R = 40\,cm$; $|\vec{V}| = 15\,km/h$.

Esercizio 1.18 Un disco omogeneo di raggio R, che ruota con velocità angolare antioraria costante, ω, intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro O e perpendicolare ad una sua faccia, è lasciato cadere da fermo mentre il suo centro si trova ad una quota h ($> R$) dal pavimento (vedi figura 3).

a) Esprimere il modulo della velocità assoluta del punto A posto sul bordo del disco in funzione del tempo, sapendo che all'istante iniziale si trova sulla verticale passante per il centro O, al di sopra di esso. Si determini, inoltre, il modulo della velocità di A e la sua posizione nell'istante t_1 in cui il bordo del disco tocca il pavimento. [si scelga il segmento OA mostrato in figura come origine per gli angoli]

Allo stesso istante t_1, determinare:

b) la posizione di un punto B del disco con velocità assoluta nulla;

c) la posizione di un punto C del disco con accelerazione assoluta nulla.

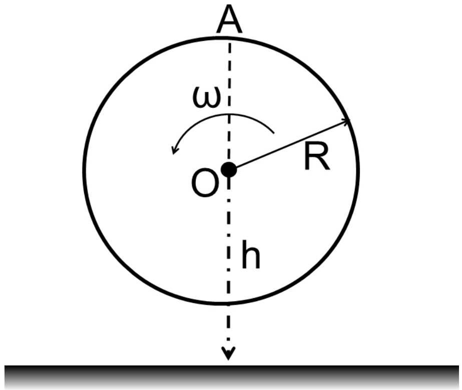

Figura 3: relativa all'esercizio **1.18**

APPLICAZIONE NUMERICA: $R = 30.0\,cm$; $\omega = 7.0\,rad/s$; $h = 50.0\,cm$.

2 Moto di trascinamento rotatorio

Esercizio 2.1 Un uomo è seduto sul bordo di una piattaforma di raggio R che ruota in verso antiorario con velocità angolare costante ω. Ad un certo istante egli lancia, dal bordo, un piccolo corpo P sul piano della piattaforma e, dopo un tempo T, il corpo gli ritorna in mano avendo percorso un intero diametro lungo l'asse x nel sistema di riferimento fisso Oxy con origine nel centro della piattaforma (vedi la figura 4). Il piano della piattaforma è perfettamente orizzontale e privo di attrito. Determinare

a) la velocità angolare ω della piattaforma e le componenti cartesiane della velocità v del corpo nel sistema di riferimento fisso;

b) il modulo e l'angolazione rispetto al raggio della piattaforma della velocità che l'uomo deve imprimere al corpo nel sistema di riferimento $O'x'y'$ solidale alla piattaforma con origine nell'uomo e asse x' diretto verso il centro di essa (vedi la figura);

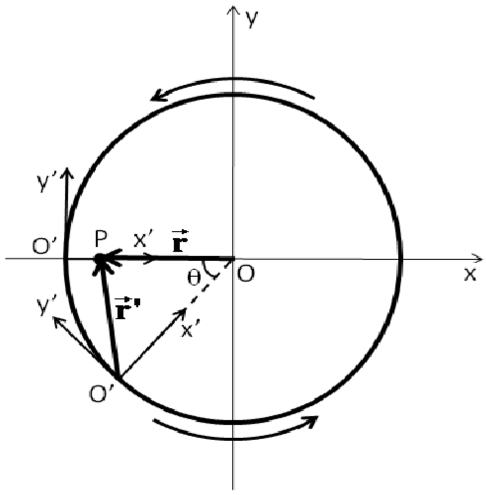

Figura 4: relativa all'esercizio **2.1**

c) la posizione del corpo P nel sistema $O'x'y'$ all'istante $t = T/6$.

APPLICAZIONE NUMERICA: $T = 5$ s, $R = 120$ cm.

Esercizio 2.2 Una piattaforma ruota con velocità angolare costante ω attorno ad un asse centrale verticale (vedi figura 5). All'istante $t = 0$ una pallina viene lanciata orizzontalmente con velocità $\vec{v}_0$ dal centro della piattaforma; l'attrito che la pallina incontra è trascurabile, cosicché essa si muove rispetto a terra di moto rettilineo uniforme. Si determini l'accelerazione della pallina, ad un generico istante, rispetto ad un riferimento solidale alla piattaforma.

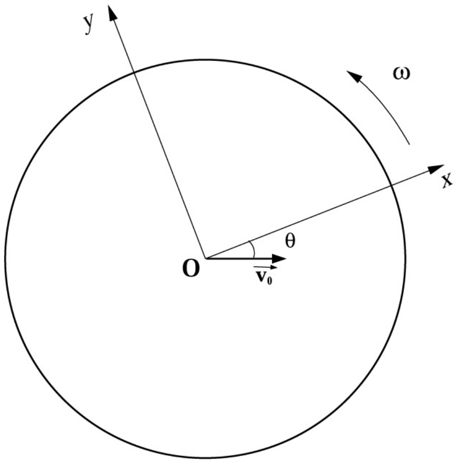

Figura 5: relativa all'esercizio **2.2**

Esercizio 2.3 Il moto piano di una particella è descritto, in coordinate polari, dalle seguenti equazioni:

$$r(t) = a\,t \quad ; \quad \theta(t) = b\,t,$$

con a e b costanti positive.

a) Si disegni un grafico qualitativo della traiettoria.

b) Si calcolino le componenti radiali ($\hat{\rho}$) e trasversali ($\hat{\eta}$) della velocità e dell'accelerazione.

c) Si calcolino le componenti cartesiane ($\hat{x}$ e $\hat{y}$) della velocità e dell'accelerazione.

d) Si calcoli il modulo del vettore $\vec{v}(t)$ con i risultati ottenuti in **b)** e si verifichi che la medesima espressione si ottiene utilizzando i risultati ottenuti in **c)**.

Si rifletta sul fatto che il moto della particella si può considerare composto da due moti, quali? E si reinterpritino i risultati alla luce di quanto studiato sui moti relativi.

3 Complementi

Esercizio 3.1 In prossimità della superficie terrestre un corpo si muove, per il solo effetto del peso, con accelerazione costante diretta verso il basso e di modulo pari all'accelerazione di gravità g. Consideriamo il moto di caduta libera del corpo, in un sistema di riferimento $x - z$, trascurando la resistenza dell'aria. Il corpo parte da una quota $z_0 = h$ con una velocità avente componenti $v_x = v_0$ e $v_z = 0$. Si ricavino, per ogni istante, la componente tangenziale e quella normale dell'accelerazione ed il raggio di curvatura della traiettoria.

RISPOSTE "Unità A - Appendice"

1.1 – $v_{m\mathrm{rel}} = 30\,km/h \qquad v_{m\mathrm{ass}} = 120\,km/h$

1.2 – **a)** $d = 553\,m$ **b)** $z_1' = 441\,m \qquad |\vec{v}\,'_1| = 607\,m/s$

1.3 – Rispetto alla verticale verso l'alto: $\varphi = 9.5°$ in avanti.

1.4 – $\varphi = 36.9°$ ad ovest del sud $\qquad v_V = 10\,km/h$

1.5 – $\varphi = 63.4°$ a sud dell'est $\qquad v_V = 26.8$ nodi

1.6 – $\theta_{\mathrm{der}} = -4.8° \qquad \varphi = 40.2°$ a nord dell'est $\qquad v = 25.2$ nodi $= 13\,m/s$

1.7 – $l = \dfrac{d}{|\vec{v}|\,\sin\alpha}\sqrt{|\vec{v}|^2 + |\vec{V}|^2 + 2|\vec{v}||\vec{V}|\,\cos\alpha}$

1.8 – **a)** $T = 4\,h$ **b)** $T = 5^h\,20^m$ **c)** $T = 4^h\,11.6^m$

1.9 – **a)** $\varphi = 14.5°$ (rispetto al semiasse positivo delle x) **b)** $T = 6^m\,12^s = 372\,s$

1.10 – **a)** $x_{\mathrm{fin}} = 37.5\,m$ **b)** $\alpha = 7.18°$

1.11 – $x(t) = v_0 \cos\alpha\; t \qquad y(t) = -v_0 \sin\alpha\; t - \dfrac{1}{2}\,g t^2$

1.12 – **a)** Le chiavi non si muoveranno, rispetto al sistema mobile.
b) $s = 3.14\,m$ (spazio percorso da quando entrano in funzione i freni)

1.13 – **a)** $v_1 = 4.94\,m/s \qquad v_2 = 3.49\,m/s$
b) $\bar{x} = 1.99\,m \qquad t_v = 0.504\,s$ **c)** $z'_{1\max} = z'_{2\max} = 31.1\,cm$

1.14 – **a)** $t_f = 4.606\,s$ **b)** $x'(t_v) = -29.4\,cm \qquad d = x(t_v) = 5.21\,m$
c) $\vec{a}_{\mathrm{rel}}(t_v) = -1.6\,\hat{\imath}\,' - 9.81\,\hat{\jmath}\,' \;\; m/s^2 \qquad \vec{v}_{\mathrm{rel}}(t_v) = -0.969\,\hat{\imath}\,' - 5.94\,\hat{\jmath}\,' \;\; m/s$
$\vec{a}_{\mathrm{ass}}(t_v) = -9.81\,\hat{\jmath} \;\; m/s^2 \qquad \vec{v}_{\mathrm{ass}}(t_v) = 8.60\,\hat{\imath} - 5.94\,\hat{\jmath} \;\; m/s$

1.15 – **a)** $\alpha = 81.3° \qquad t_v = 0.65\,s$ **b)** $\Delta s = 5.20\,m$

1.16 – **a)** $N = 8$ **b)** $N = 4$

1.17 – **a)** $|\omega| = 10.4\,s^{-1}$ **b)** $v_x(\theta) = V_x + |\vec{V}|\sin\theta \qquad v_z(\theta) = |\vec{V}|\cos\theta$
c) $\theta_M = 13.1° \qquad h_M = 1.33\,m$

1.18 – **a)** $\left|\vec{v}^{\,A}_{\mathrm{ass}}(t)\right| = \sqrt{\omega^2 R^2 + g^2 t^2 + 2g\,t\,\omega R \sin(\omega t)} \qquad \varphi^A(t_1) = 81° \qquad \left|\vec{v}^{\,A}_{\mathrm{ass}}(t_1)\right| = 4.07\,m/s$
b) $\varphi^B(t_1) = 270° \qquad r^B = 28.3\,cm$ **c)** $\varphi^C(t_1) = 180° \qquad r^C = 20.0\,cm$

2.1 – **a)** $\omega = 0.628\,s^{-1} \qquad \vec{v}_{\mathrm{ass}} = 0.48\,\hat{\imath} \;\; m/s$
b) $\vec{v}_{\mathrm{rel}}(0) = 0.894\,m/s \qquad {\theta_0}' = 57.5°$
c) $x'_P(T/6) = 50.7\,cm \qquad y'_P(T/6) = 40.0\,cm$

2.2 – $a_x = -2\,\omega v_0 \sin(\omega t) - v_0 \omega^2 t \cos(\omega t) \qquad a_y = -2\,\omega v_0 \cos(\omega t) + v_0 \omega^2 t \sin(\omega t)$

2.3 – **b)** $v_\rho = a, \quad v_\eta = abt; \qquad a_\rho = -ab^2 t, \quad a_\eta = 2\,ab$
c) $\begin{cases} v_x = a\cos(bt) - abt\sin(bt) \\ v_y = a\sin(bt) + abt\cos(bt) \end{cases} \qquad \begin{cases} a_x = -2\,ab\sin(bt) - ab^2 t\cos(bt) \\ a_y = 2\,ab\cos(bt) - ab^2 t\sin(bt) \end{cases}$
d) $|\vec{v}(t)| = \sqrt{a^2 + a^2 b^2 t^2}$

3.1 – $a_T(t) = \dfrac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}, \qquad a_N(t) = \dfrac{g v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}, \qquad r_{\mathrm{curv}} = \dfrac{1}{g v_0}\left(v_0^2 + g^2 t^2\right)^{3/2}$