

tempo sull'angolo di rotazione della terra, ma potremmo misurarla anche sull'angolo di rotazione di un qualsiasi altro pianeta. Questo non deve però farci credere che lo scorrere *temporale* di tutti i fenomeni fisici sarebbe turbato, se la terra o qualche lontano pianeta subisse all'improvviso un'accidentale variazione della velocità angolare. Infatti la dipendenza *non* è *immediata*, e il riferimento temporale ha carattere *esterno*. Nessuno pensa che in un sistema di corpi, che lasciati a sé stessi si muovono con moto rettilineo uniforme, la perturbazione accidentale, prodotta per esempio da un urto *in uno* di essi, individuato mediante il riferimento a un sistema di coordinate, possa avere come conseguenza una perturbazione degli *altri*. Anche in questo caso il riferimento è esterno. Lo scienziato, pur servendosi di questo sistema di riferimento, soprattutto se è stato liberato da ogni assurdità, prova il bisogno di procedere avanti, di conoscere le *relazioni immediate*, cioè i rapporti fra le masse dell'universo. Suo programma è l'istituzione di un principio dal quale derivino *insieme* i moti accelerati e i moti inerziali.¹ Può servire di esempio il progresso compiuto passando dalle scoperte kepleriane alla legge newtoniana di gravitazione e l'interpretazione fisica di questa legge secondo il modello dell'azione a distanza, propria dei fenomeni elettrici. D'altra parte dobbiamo anche far conto che le masse che vediamo e secondo le quali ci orientiamo non siano in realtà determinanti. Perciò non sottovalutiamo idee proposte in via ipotetica, come quella dei Friedländer² e di Föppl,³ sebbene da esse non si sia ottenuto ancora alcun risultato. Anche se è lieto di attenersi a ciò che è più immediatamente osservabile, non dispiace allo scienziato gettare di tanto in tanto uno sguardo nel profondo dell'inesplorato.

12. Un breve scritto di J. R. Schütz⁴ mostra con facili esempi come le leggi di Newton possano essere ricavate dal principio di conservazione assoluta dell'energia. Il termine "assoluto" qui usato indica solo che il

¹ [È questo "il principio di Mach" di cui parla Einstein. "Ho scelto il nome di principio di Mach in quanto il principio implica una generalizzazione della richiesta di Mach, secondo la quale l'inerzia è riducibile a interazione fra i corpi", in *Prinzipielles zur Allgemeinen Relativitätstheorie* in Ann. d. Physik., 55, 1918, p. 241.]

² B. e J. FRIEDLÄNDER, *Absolute und relative Bewegung* (Berlino 1896).
³ A. FÖPPL, *Über einem Kreisversuch zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde*, S.B. Münchener Akad., 1904, p. 5; id., *Über absolute und relative Bewegung*, ibid. 1904, p. 383.

⁴ J. R. SCHÜTZ, *Prinzip der absoluten Erhaltung der Energie*, Göttinger Nachrichten, math.-phys. Klasse, 1897.

principio deve essere liberato da ogni indeterminatezza e arbitrarietà. Se il principio dell'energia è applicato all'urto centrale di masse elastiche puntiformi m_1 e m_2 , che hanno le velocità iniziali u_1 e u_2 e le velocità finali v_1 e v_2 , abbiamo

$$m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2.$$

Possiamo ottenere v_1 e v_2 da u_1 e u_2 , se supponiamo che il principio di energia valga per ogni velocità di traslazione avente la stessa direzione di u e v ; abbiamo allora

$$m_1(u_1 + c)^2 + m_2(u_2 + c)^2 = m_1(v_1 + c)^2 + m_2(v_2 + c)^2.$$

Sottraendo la prima equazione dalla seconda, troviamo l'equazione del principio di reazione

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Dalla prima e dalla seconda equazione possiamo ottenere v_1 e v_2 . Trattando in modo analogo il principio "assoluto" della conservazione dell'energia troviamo l'equazione newtoniana della forza per una massa puntiforme, nonché la legge di reazione con i suoi corollari, che riguardano la conservazione della quantità di moto e la conservazione del centro di gravità. La lettura di questo scritto di Schütz è molto utile, poiché mostra che il concetto di massa può essere ricavato con l'aiuto del principio di energia.¹

7. Breve esame critico degli enunciati newtoniani

1. Dopo aver esaminato nelle loro particolarità gli enunciati newtoniani, possiamo ora dare un giudizio anche sulla loro struttura formale e sul loro ordine sistematico. Newton pose a capo della sua opera alcune definizioni, cui fece seguire le leggi del moto. Cominciamo anche noi dalle definizioni.

"*Prima definizione.* La quantità di materia è misurata dal prodotto della sua densità per il volume. Questa quantità di materia è ciò che in seguito intenderò con il nome di corpo o massa, ed è conosciuta per

¹ Vedi la sez. 8 di questo secondo capitolo.

mezzo del peso di ciascun corpo. Infatti, come in seguito mostrerò, ho trovato mediante esperimenti molto accurati su pendoli che la massa è proporzionale al peso.

"Seconda definizione. La quantità di moto è misurata dal prodotto della velocità per la quantità di materia.

"Terza definizione. La materia possiede la disposizione a resistere, per cui ciascun corpo, per quanto sta in esso, persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

"Quarta definizione. La forza impressa è l'azione esercitata sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

"Quinta definizione. La forza centripeta è la forza per effetto della quale i corpi sono attratti, o spinti o comunque tendono a un punto come a un centro.

"Sesta definizione. La quantità assoluta della forza centripeta è la misura della medesima, maggiore o minore a seconda della potenza della causa agente che la propaga dal centro alle regioni circostanti.

"Settima definizione. La quantità della forza centripeta acceleratrice è proporzionale alla velocità, che in un dato momento essa genera.

"Ottava definizione. La quantità della forza centripeta motrice è proporzionale alla quantità di moto che in un dato momento essa genera.

"Queste quantità della forza si possono chiamare per brevità motrici, acceleratrici e assolute, e per distinguerle riferirle ai corpi che tendono al centro, al luogo dei corpi e al centro delle forze. Si riferisce la forza motrice al corpo in quanto disposizione e tendenza dell'intero corpo verso il centro, la quale tendenza è somma della tendenza delle singole parti. Si riferisce la forza acceleratrice al luogo del corpo, in quanto causa agente che dal centro attraverso i luoghi circostanti si propaga a muovere i corpi che si trovano in questi. Si riferisce infine la forza assoluta al centro in quanto causa, senza la quale le forze motrici non si propagherebbero attraverso lo spazio. Questa causa può essere un corpo centrale (come la calamita nel centro della forza magnetica, la terra nel centro della forza di gravità), oppure qualche altro corpo non percepibile. Questo è un concetto soltanto matematico, poiché non prendo in considerazione le cause e le sedi fisiche delle forze.

"La forza acceleratrice sta dunque alla forza motrice come la velocità sta alla quantità di moto. Infatti la quantità di moto è data dal prodotto

della velocità per la massa, e la forza motrice è data dal prodotto della forza acceleratrice per la stessa massa, poiché la somma delle azioni che la forza acceleratrice produce sulle singole parti del corpo, è la forza motrice dell'intero corpo. Pertanto sulla superficie della terra, dove la forza acceleratrice cioè la forza gravitazionale è la medesima in tutti i corpi, la forza motrice della gravità o peso è proporzionale al corpo. Se si sale in regioni dove la gravità acceleratrice è minore, il peso diminuisce in uguale misura ed è sempre proporzionale al prodotto della massa per la gravità acceleratrice. In regioni in cui la forza acceleratrice è la metà, il peso di un corpo diminuisce della metà. In seguito attribuirò lo stesso significato a forza acceleratrice e forza motrice per indicare l'attrazione e l'impulso. Userò indifferentemente e senza distinzione le parole attrazione, impulso, o tendenza verso il centro, in quanto considero queste forze non in senso fisico, ma solo in quello matematico. Pertanto il lettore si guardi dal pensare che con queste parole io abbia voluto definire il genere o il modo dell'azione, o la causa fisica, o che, quando parlerò di centri che attirano o di forze centrali, attribuisca ai centri (che sono soltanto punti matematici) forze reali e fisiche."

2. La prima definizione è, come è stato già provato ampiamente, una pseudodefinitione. Il concetto di massa non diventa più chiaro per il fatto che la massa è presentata come prodotto del volume e della densità, dato che poi a sua volta la densità è definita come la massa dell'unità di volume. La vera definizione della massa può essere ottenuta solo prendendo in considerazione le relazioni dinamiche dei corpi.

Contro la seconda definizione, che enuncia un semplice procedimento di misura, non v'è nulla da obiettare. Invece a proposito della terza (l'inerzia) si può notare che essa è resa superflua dalle proposizioni, quarta-ottava, che definiscono la forza, poiché l'inerzia è già implicita nella capacità che hanno le forze di imprimere accelerazioni.

La quarta definizione presenta la forza come causa dell'accelerazione di un corpo, ossia come tendenza all'accelerazione. L'ultima parte di questa proposizione è giustificata dal fatto che, anche nel caso non si verificano accelerazioni, si possono presentare altre variazioni dei corpi, come la pressione, la dilatazione ecc. La causa di un'accelerazione diretta verso un determinato centro è definita nella quinta proposizione come forza centrale, e nella sesta, settima, ottava è distinta in assoluta, acceleratrice,

comune la capacità di esercitare pressioni, ma lo porta anche a un'esposizione poco unitaria, anzi alquanto *frammentaria*, dei nuovi concetti fondamentali.¹

Il primo corollario contiene qualcosa di veramente nuovo. Però esso considera *evidente* l'indipendenza delle accelerazioni che più corpi M, N, P imprimono al corpo K , mentre questo fatto avrebbe dovuto essere esplicitamente riconosciuto come *un dato sperimentale*. Il secondo corollario è una semplice applicazione della legge enunciata dal primo. Gli altri corollari sono mere conseguenze deduttive (matematiche) dei concetti e delle leggi esposti più sopra.

5. Anche accettando completamente il punto di vista newtoniano e prescindendo dalle difficoltà e incertezze già da noi notate, difficoltà che le sintetiche designazioni "spazio" e "tempo" nascondono, e non risolvono, è possibile sostituire gli enunciati newtoniani con altri che abbiano maggiore semplicità e migliore ordine metodico. Secondo il nostro parere potrebbero essere i seguenti:

a) *Proposizione sperimentale*. Corpi posti l'uno in presenza dell'altro determinano, in circostanze che devono venire stabilite dalla fisica sperimentale, *accelerazioni* opposte l'una all'altra nella direzione della loro linea di unione. (La legge d'inertzia è già contenuta in questa proposizione.)

b) *Definizione*. Il rapporto delle masse dei due corpi è il rapporto inverso delle loro rispettive accelerazioni preso con segno negativo.

c) *Proposizione sperimentale*. I rapporti delle masse sono indipendenti dallo stato fisico dei corpi che determinano le accelerazioni mutue (cioè dall'essere essi elettrici, magnetici ecc.), e restano gli stessi tanto se queste sono impresse direttamente quanto se lo sono indirettamente.

d) *Proposizione sperimentale*. Le accelerazioni che più corpi A, B, C, \dots imprimono a un corpo K sono indipendenti l'una dall'altra. (Da questa proposizione segue immediatamente il teorema del parallelogramma delle forze.)

e) *Definizione*. Una forza motrice è il prodotto della massa di un corpo per l'accelerazione impressagli.²

¹ Vedi E. Mach, *Erkenntnis und Irrtum* cit., pp. 140, 315.

² Ho già esposto tutte queste proposizioni nel mio articolo *Über die Definition der Masse*, in Carl's Repertorium der Experimentalphysik, vol. 4 (1868); le ho riprese poi nel mio già citato *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Vedi anche H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse* (Parigi 1903).

motrice. È una questione di gusto, puramente formale, definire il concetto di forza in una o più proposizioni. Per quanto riguarda questioni di principio non vi sono obiezioni da fare a Newton.

3. Alle definizioni Newton fece seguire l'enunciazione dei tre assiomi o leggi del moto.

"*Prima legge*. Ogni corpo persevera nel suo stato di quiete e di moto rettilineo uniforme a meno che non sia costretto a mutare il suo stato da forze impresse.

"*Seconda legge*. Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e avviene nella direzione della linea retta, secondo la quale agisce la forza.

"*Terza legge*. L'azione è sempre uguale alla reazione, ossia le azioni mutue di due corpi sono sempre uguali fra loro e di direzione opposta."

Alle leggi seguono molti corollari. Il primo e il secondo di essi si riferiscono al principio del parallelogramma delle forze, il terzo alla quantità di moto prodotta nella reazione, il quarto all'invariabilità del baricentro nella reazione, il quinto e il sesto al moto relativo.

4. Si vede subito che la prima e la seconda legge sono già contenute nella definizione della forza, secondo la quale senza forza non si verifica accelerazione, e quindi si verifica quiete o moto rettilineo uniforme. Dire che la variazione del moto è proporzionale alla forza, dopo che l'accelerazione è stata definita come misura della forza, significa cadere in una tautologia inutile. Per evitarla sarebbe stato sufficiente chiarire che le definizioni premesse non sono definizioni matematiche arbitrarie, ma proprietà dei corpi date dall'esperienza. La terza legge non contiene nulla di nuovo. Questa legge però — come abbiamo già detto — è incomprendibile se non si possiede un concetto corretto della massa; ma una volta che questo concetto sia stato formulato in base a esperienze dinamiche, essa è inutile. Quanto di superfluo e di tautologico è contenuto in questi enunciati newtoniani possiamo spiegarlo psicologicamente, mettendoci nella situazione dello scienziato che abbia l'intenzione di formulare i principi fondamentali della dinamica, partendo da quelli della statica. Egli è portato a considerare la forza ora come spinta o pressione, ora come circostanza determinante accelerazione. *Questa duplice rappresentazione* gli permette di arrivare alla conclusione che *tutte le forze hanno la capacità di determinare accelerazioni*, così come tutte le forze hanno in

Si potrebbero aggiungere le definizioni arbitrarie delle espressioni matematiche "quantità di moto", "forza viva" ecc., ma non è necessario. Le proposizioni sopra esposte soddisfanno l'esigenza della semplicità e del risparmio, che è loro imposta per ragioni economiche e scientifiche. Sono chiare e distinte, poiché nessuna di esse consente dubbi circa il suo significato e la sua origine, cioè se esprima un'esperienza o una convenzione arbitraria.

6. In conclusione si può dire che Newton ha stabilito in modo ammirabile concetti e leggi *sufficientemente solidi* per potervi costruire sopra. Almeno in parte egli è stato costretto dalla stessa materia che trattava e che appariva ai suoi contemporanei nuova e difficile, a darne un'esposizione eccessivamente ampia e perciò non unitaria, con la conseguenza, per esempio, di definire più volte la stessa proprietà. Forse non sempre egli è stato perfettamente chiaro sul significato e soprattutto sull'origine delle sue leggi. Però questo non ci autorizza a dubitare della grandezza del suo ingegno. Colui che raggiunge un nuovo punto di vista non può possederlo con sicurezza fin dall'inizio, al pari di quelli che lo hanno acquisito da lui, senza fatica. Il suo compito è adempiuto con la scoperta di verità, su cui le generazioni future lavoreranno a lungo, poiché ogni nuova conoscenza porta con sé idee nuove, un ampliamento di visuale, e rende necessari nuovi controlli e chiarimenti. Il grande scienziato è come un capo di esercito che non si attarda, per ogni postazione strappata ai nemici, a compiere meticolose ricerche sul diritto di occuparla. La grandezza delle imprese da compiere non gliene lascia il tempo. Per coloro che vengono dopo, la cosa è diversa. Newton ha dovuto aspettare che i due secoli a lui successivi esaminassero di nuovo e confermassero i fondamenti dei suoi lavori. Accade infatti che al tempo delle nuove scoperte segua un periodo di maggiore stabilità per le scienze. Allora i principi sono oggetto di un interesse filosofico più vivo che non ciò che è dedotto da essi. Vengono così poste questioni del tipo di quelle qui trattate, alla cui soluzione ci auguriamo di aver dato un piccolo contributo. Condividiamo con l'eminente fisico W. Thomson (Lord Kelvin) la più grande ammirazione per Newton, non però il parere che l'esposizione newtoniana sia ancor oggi la migliore possibile e la più filosofica.

8. Conclusioni sullo svolgimento della dinamica

1. La dinamica si è formata attraverso un processo simile a quello della statica. Dopo che erano stati osservati parecchi casi particolari di movimento, si è cercato di compendiarli in leggi queste conoscenze sperimentali. Anche per i fenomeni di moto si sono ripetute le difficoltà che si erano incontrate, a causa dell'imprecisione delle misurazioni, quando si era trattato di ricavare una legge dell'equilibrio, matematicamente precisa e universalmente valida, dall'osservazione dell'equilibrio sul piano inclinato o nella leva. L'osservazione porta in un primo momento solo alla congettura di leggi che, formulate con particolare semplicità e precisione, sono assunte come *ipotesi* per controllare se il comportamento dei corpi è logicamente deducibile da esse. Quando poi queste ipotesi sono verificate in molti casi semplici e complicati, si conviene di accettarle come leggi. Ha ragione dunque Poincaré¹ di chiamare i principi-base della meccanica *convenzioni* che avrebbero potuto essere diverse.

Se consideriamo nel suo insieme il periodo dello sviluppo della dinamica, iniziato da Galileo, continuato da Huygens e concluso da Newton, possiamo dire che il risultato fondamentale raggiunto è la conoscenza di un fatto reale. I corpi si comunicano l'un l'altro *accelerazioni* che dipendono da circostanze spaziali e materiali, ed esistono *masse*. Che la conoscenza di questo fatto sia stata esposta in un gran numero di leggi dipende da una ragione storica; essa non fu acquisita tutta in una volta, ma lentamente, gradualmente. Ma, ripeto, *un solo* importante fatto, è stato constatato: diverse coppie di corpi determinano indipendentemente l'una dall'altra coppie di accelerazioni, i cui membri sono legati da un rapporto invariabile, che caratterizza ciascuna coppia di corpi. Anche uomini come Galileo, Huygens e Newton non potevano cogliere unitariamente questo fatto, ma solo poco per volta, ed espresso queste conoscenze parziali con la legge della caduta dei gravi, la legge d'inerzia, il principio del parallelogramma delle forze, il concetto di massa ecc. Oggi però non vi è alcuna difficoltà che impedisca di considerare il fatto nella sua *unità*. Solo il bisogno pratico di comunicazione può giustificare l'enunciazione di leggi distinte, il cui numero è dovuto solo a quello che si potrebbe definire il gusto scientifico dei diversi espositori. Quanto abbiamo detto sui

¹ H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse* cit.