

Esercizi

Esercizio 1

1. Per n ed m interi positivi ed a qualunque, dimostrare che $a^n/a^m = a^{(n-m)}$ e dare significato alle scritture a^{-3} , a^0 .
2. Per n ed m interi, positivi, negativi o nulli, ed a qualunque, dimostrare che $(a^n)^m = a^{n \times m}$. Poi, restringere l'attenzione ad a positivi e dare significato alle scritture $a^{1/n}$, $a^{m/n}$, $a^{-m/n}$.

3. Usando una calcolatrice scientifica tascabile calcolare:

$$\ln 20 \quad ; \quad \log 20 \quad ; \quad \log 0.001 \quad ; \quad \ln(1/20) \quad ; \\ 10^{3.5} \quad ; \quad e^{3.5} \quad ; \quad 3\sqrt[3]{10} \quad ; \quad 4.5^{3.71} \quad .$$

e dire perchè gli argomenti del logaritmo e le basi delle potenze con esponente razionale non possono essere negative.

Esercizio 2 In fisica, un numero razionale viene molto spesso scritto come prodotto di un numero compreso tra 1 e 10 per una potenza in base 10 con esponente intero, positivo negativo o nullo. Ad esempio: $2301 = 2.301 \cdot 10^3$, $0.00035 = 3.5 \cdot 10^{-4}$

1. Scrivere i seguenti numeri con notazione fisica:

$$4500325 \quad ; \quad 0.00000367 \quad ; \quad 18.99 \quad ; \quad 5320.52 \quad ; \quad 0.0999 \quad .$$

2. Eseguire la conversione inversa per i seguenti numeri:

$$3.581 \cdot 10^4 \quad ; \quad 5.3 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad 2.27 \cdot 10^0 \quad ; \quad 2.2225 \cdot 10^2 \quad ; \quad 6.88 \cdot 10^{-2} \quad .$$

Esercizio 3 Eseguire le seguenti moltiplicazioni o divisioni esprimendo il risultato con notazione fisica:

$$6.022 \cdot 10^{23} \times 0.00015 \quad ; \quad \frac{1035}{0.037} \quad ; \quad \frac{0.00076}{5284} \quad ; \quad 5.3 \cdot 10^{11} \times 3.1416 \quad .$$

Esercizio 4 Eseguire i seguenti calcoli:

$$(630000)^2 ; (630000)^{-2} ; (630000)^{1/2} ; (630000)^{-1/2} ;$$
$$(2.8 \cdot 10^4)^3 ; ((2.8 \cdot 10^4)^{-3}) ; (2.8 \cdot 10^4)^{1/3} ;$$
$$(2.8 \cdot 10^4)^{-1/3} ; (0.00346)^{-3} \times (0.00346)^{-1/3} ;$$
$$(5.62 \cdot 10^{15} \times 3.1 \cdot 10^{-4})^{1/3} ; \left(\frac{3227}{6.9 \cdot 10^8}\right)^{1/2} .$$

Esercizio 5 Eseguire i seguenti calcoli:

$$\frac{2.8 \cdot 10^3 \times 5.77 \cdot 10^{-5}}{4.67 \cdot 10^{-2}} ; \frac{7356 \times 0.00234}{3.1416 \times (0.022)^2} ;$$
$$\left(\frac{18}{6.022 \cdot 10^{23}}\right)^{1/3} ; \left(\frac{1.0001 \cdot 10^8 \times 9.999 \cdot 10^{-8}}{200}\right)^{-1/3} .$$

Esercizio 6 Eseguire le seguenti addizioni o sottrazioni:

$$2.304 \cdot 10^8 - 2.304 \cdot 10^6 ; 6.455 \cdot 10^{-3} + 2.33 \cdot 10^{-1} ;$$
$$3 \cdot 10^{-15} - 2 \cdot 10^{-17} ; 2.89 \cdot 10^{29} + 2.2 \cdot 10^{20} .$$

Esercizio 7 In fisica, si usa dare significati diversi alle due scritte

$$2.300 \cdot 10^3 \quad \text{e} \quad 2.3 \cdot 10^3 .$$

Con la prima si intende un numero compreso tra 2299.5 e 2300.5, con la seconda si intende un numero compreso tra $2.25 \cdot 10^3$ e $2.35 \cdot 10^3$. In parole: quando si scrive un numero con notazione fisica, si intende che tutte le cifre scritte sono significative, con una possibile incertezza di mezza unità sull'ultima a destra. Ma attenzione: scrivendo 2300 intendiamo proprio l'intero specificato.

Riscrivere i risultati dei quattro esercizi precedenti eliminando le cifre non significative.

Esercizio 8 Se Paolo è tre anni più vecchio del doppio dell'età di Francesca, quale formula esprime correttamente la relazione tra l'età di Paolo e quella di Francesca?

Esercizio 9 Predisporre la calcolatrice scientifica tascabile per esprimere gli angoli in radianti.

1. Su carta millimetrata, graduare l'asse x da -10 a $+10$ e riportare in grafico $y = \sin x$.
2. Verificare che, per x molto minore dell'unità, $\sin x$ è ben approssimato da x e dare significato geometrico alla cosa.
3. Riportare in grafico la funzione $y = \sin^2 x$, mostrare che, per x molto minore dell'unità, y è ben approssimato da x^2 e dare significato geometrico alla cosa.
4. Graduare l'asse x anche in gradi.

Esercizio 10 *Su carta millimetrata, scegliere assi cartesiani ortogonali a piacere, tracciare due punti disgiunti e*

- 1. individuare le coordinate dei due punti;*
- 2. scrivere l'equazione della retta passante per i due punti;*
- 3. determinare gli angoli che la retta forma con gli assi;*
- 4. traslare ciascun asse di 2 cm parallelamente a se stesso e riscrivere l'equazione della retta.*

Esercizio 11

- 1. Su carta millimetrata, tracciare una retta, scegliere assi cartesiani ortogonali a piacere e scrivere l'equazione della retta rispetto agli assi scelti.*
- 2. Sulla retta, scegliere un punto, tracciare una nuova retta perpendicolare alla precedente e scriverne l'equazione.*
- 3. Traslare ciascun asse di 2 cm parallelamente a se stesso e riscrivere le equazioni delle due rette.*

Esercizio 12 Associare ciascuna equazione al suo graco.

1. $y = 3x + 2$

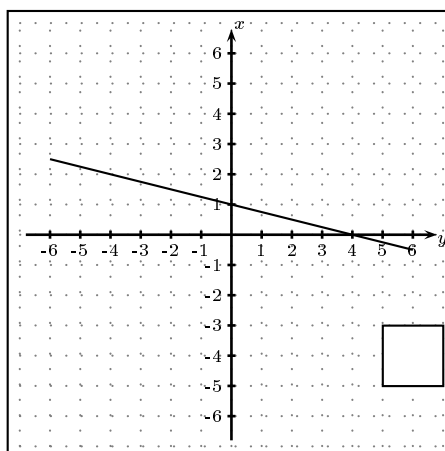
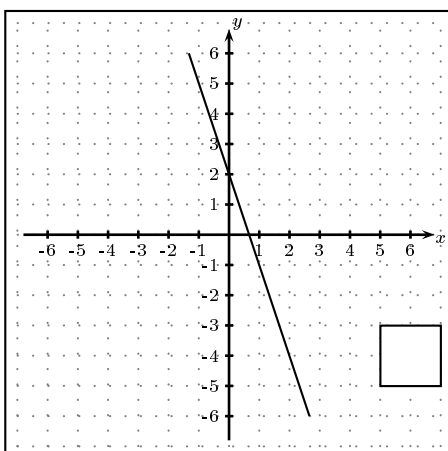
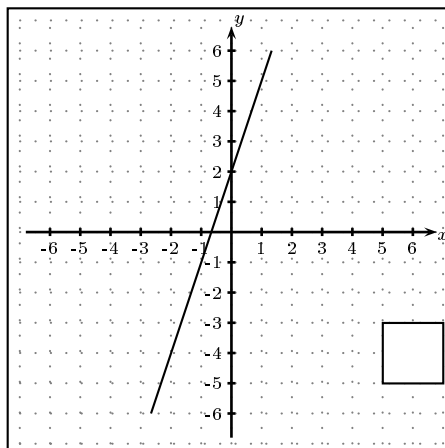
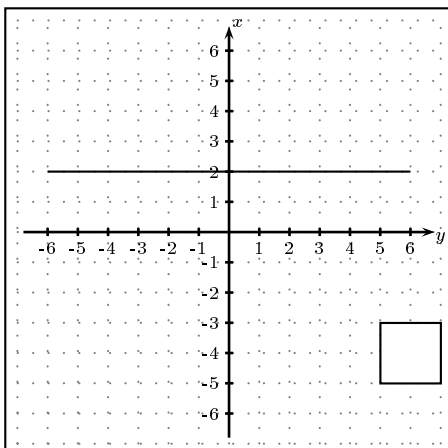
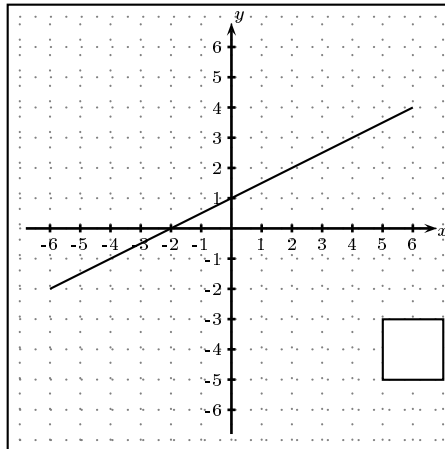
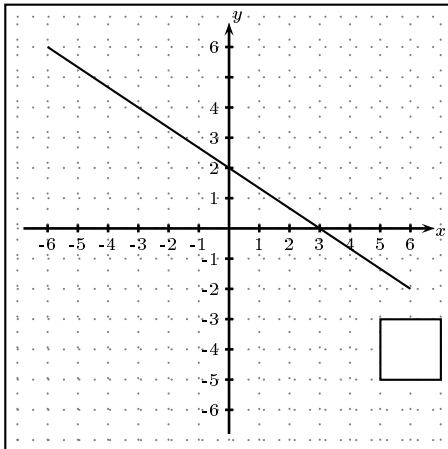
2. $2y = x + 2$

3. $2x + 3y = 6$

4. $4x + y - 4 = 0$

5. $y + 3x = 2$

6. $4x = 8$



Esercizio 13 Su carta millimetrata, scegliere assi cartesiani ortogonali e tracciare una circonferenza centrata nell'origine.

1. Scrivere l'equazione della circonferenza.
2. Poi traslare un asse parallelamente a se stesso in modo che risulti tangente alla circonferenza e scrivere l'equazione della semicirconferenza che passa per la nuova origine.

Esercizio 14 Un'automobile percorre un lungo rettilineo partendo da ferma al tempo zero. A bordo, uno strumento collegato al tachimetro registra le velocità raggiunte dopo in 1, 2, ... 20 secondi, con i risultati riportati in tabella 1:

t (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v (m/s)	3.0	6.0	9.0	11.8	14.5	17	19.2	22.2	24
t (s)	10	11	12	13	14	15	16	18	20
v (m/s)	25.5	26.7	27.6	28.2	28.6	28.8	28.9	30.0	30.0

Tabella 1: Letture (v) del tachimetro di un'automobile al tempo t . Esercizio 17.

1. *Rappresentare i risultati su carta millimetrata, avendo cura di riportare le unità di misura sugli assi.*
2. *Tracciare una curva continua che consenta di valutare le velocità anche ad istanti diversi da quelli di misura.*
3. *Aggiungere alla tabella una riga con le distanze percorse dopo 1, 2, ..., 20 secondi e riportare in grafico i risultati.*
4. *Aggiungere alla tabella una riga con le accelerazioni ai tempi 1, 2, ..., 20 secondi e riportare in grafico i risultati.*
5. *Esprimere in chilometri all'ora (km/h) la velocità raggiunta dopo 20 secondi.*

Esercizi 15 *Una sfera cava con raggio di 1 m e massa di 5000 kg viene lasciata cadere in mare da una nave ferma.*

1. *Descrivere la traiettoria (del centro) della sfera.*
2. *Dire quale forza d'attrito agisce sulla sfera quando affonda con velocità costante.*

Esercizio 16 *Un pallone aerostatico di diametro 10 m viene visto da terra sotto un angolo di 0.57° . Dopo due minuti primi il pallone viene visto in direzione inalterata sotto un angolo di 0.27° .*

1. *Quanto è distante il pallone all'istante della prima osservazione?*
2. *Quale velocità ha il vento che trasporta il pallone?*

Esercizio 17 *Il 21 giugno, in pieno sole, ad un certo istante ed in un certo sito, un palo verticale non produce ombra alcuna sul terreno; allo stesso istante, in un sito posto 301 km più ad est, un palo verticale alto 20 m produce sul terreno pianeggiante un'ombra lunga 102 cm.*

1. *Quale latitudine hanno i due siti?*
2. *Quale differenza di longitudine vi è tra i due siti?*
3. *Quale raggio terrestre si ottiene dai dati forniti?*

Esercizio 18 *Un marinaio con occhi a 10 metri sul livello del mare vede spuntare all'orizzonte un faro alto 50 metri sul livello del mare. Trascurando l'effetto di rifrazione della luce nell'aria, rispondere alle seguenti domande.*

1. *A quale distanza è il faro?*
2. *A quale distanza dal faro il marinaio vedrà anche la spiaggia sottostante il faro?*

Esercizio 19 *Le onde radio lunghe vengono successivamente riflesse dalla ionosfera (ad una quota di circa 200 km) e dalla superficie terrestre; di conseguenza riescono a fare il giro del mondo. Una stazione ad onde lunghe inizia a trasmettere al tempo zero. Dopo quanto tempo viene ricevuto il segnale da un ricevitore posto agli antipodi della stazione trasmittente?*

Esercizio 20 *La densità molare n di un gas perfetto è legata alla pressione p ed alla temperatura T dalla legge dei gas perfetti*

$$n = \frac{p}{RT}$$

dove

$$R = 8.314 \text{ J/K} \quad .$$

L'inverso di n è il volume molare.

1. *Quale volume molare ha un gas perfetto a pressione atmosferica ed a temperatura di 295 K?*
2. *Confrontare il volume molare dei liquidi con i volumi molari dei gas perfetti a temperatura ambiente ed a pressione atmosferica.*

3. Confrontare le distanze medie di due molecole nei liquidi con le distanze medie tra due molecole nei gas perfetti a temperatura ambiente ed a pressione atmosferica.

Esercizio 21 La costante G che entra nella legge di gravitazione $F = Gm_1m_2/r^2$ vale

$$G = 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

1. Con quale accuratezza relativa è conosciuta G ?
2. Vi sorprendereste se, tra qualche anno, fosse riportato il valore

$$G = 6.6722 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad ?$$

Esercizio 22 Il peso di un oggetto è la forza esercitata su di esso dalla gravità. Sulla superficie terrestre peso P e massa m sono legati dalla relazione $P = mg$, dove g è l'accelerazione di gravità.

1. Verificare che la formula $P = mg$ è dimensionalmente corretta.
2. Sapendo che il peso di un oggetto sulla superficie della Luna è $1/6$ del suo peso sulla Terra, qual'è l'accelerazione esercitata dalla gravità sulla superficie lunare?

Esercizio 23 Sono famosi i filmati degli astronauti che si muovono a balzi sulla superficie della Luna. Si supponga che quando si salta si imprima al nostro corpo una velocità iniziale v_0 rivolta verso l'alto, la stessa sulla Terra e sulla Luna.

1. Esprimere in termini della massa del corpo m , dell'accelerazione di gravità g e della velocità iniziale v_0 quanto in alto si può saltare sulla Terra (utilizzare un ragionamento dimensionale).
2. Se sulla Terra si riesce a saltare 1 m, quanto si riesce a saltare sulla Luna?
3. Se sulla Luna si riesce a saltare 1 m, quanto vale la velocità iniziale rispetto al valore v_0 ?

Esercizio 24 *La distanza Terra-Sole vale $1.5 \cdot 10^{11}$ m.*

1. *Quale velocità ha la Terra nel suo moto di rotazione intorno al Sole?*
2. *Quale massa ha il Sole? (Ricordare che la forza centripeta mv^2/r agente sulla Terra è fornita dalla forza di attrazione esercitata dal Sole.)*

Esercizio 25 *Tenendo presente che vediamo il Sole sotto un angolo di circa mezzo grado valutare:*

1. *il diametro del Sole;*
2. *la densità media del Sole.*

Esercizio 26 *Vediamo la Luna grande come il Sole e sappiamo che un segnale radar impiega 2.6 s a compiere il percorso Terra-Luna e ritorno.*

A che distanza è la Luna da noi?

Esercizio 27 *Un aereo viaggia alla velocità di 300 km/h rispetto all'aria ma questa si muove verso nord con velocità di 100 km/h rispetto al suolo. Calcolare la velocità dell'aereo rispetto al suolo nel caso che viaggi con prora rivolta:*

1. *verso nord;*
2. *verso sud;*
3. *verso est.*
4. *Poi dire come deve viaggiare l'aereo per spostarsi verso est rispetto al suolo e dire quanto tempo impiega, in tal caso, a raggiungere una città a mille chilometri da quella di partenza.*

Esercizio 28 *In assenza di vento, una nave viaggia con prora rivolta a sud e velocità di 40 km/h misurata rispetto all'acqua. In due ore la nave si sposta di 84 km verso sud e di 10 km verso est. Ammettere che l'intensità della corrente sia rimasta costante lungo il percorso e calcolare:*

1. *la velocità della nave rispetto alla terraferma;*
2. *il verso e la velocità della corrente.*

Esercizio 29 Il prodotto scalare di due vettori è un'operazione che associa a due vettori \vec{u} , \vec{v} un numero reale, $\vec{u} \cdot \vec{v}$, tramite la seguente formula:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = uv \cos \theta \quad ,$$

dove u è il modulo del vettore \vec{u} , v è il modulo del vettore \vec{v} e $\theta = \widehat{\vec{u}\vec{v}}$ è l'angolo tra essi compreso.

1. Esprimere (con riferimento a vettori nel piano) il modulo dei due vettori dati in funzione delle loro componenti cartesiane.
2. Esprimere il risultato del prodotto scalare in termini delle componenti cartesiane dei vettori dati.

Esercizio 30 Nell'apprestarsi a lanciare quattro volte una moneta non truccata valutare le probabilità dei seguenti risultati:

1. quattro teste;
2. tre teste ed una croce all'ultimo lancio;
3. tre teste ed una croce al secondo lancio;
4. due teste nei primi due lanci e due croci nei rimanenti;

5. tre teste ed una croce in ordine qualunque;
6. due teste e due croci in ordine qualunque.

Esercizio 31 *Nell'apprestarsi a lanciare due dadi non truccati, valutare le probabilità di ottenere i punteggi 2, 3, 4, ..., 12.*

Esercizio 32 *L'intensità della luce proiettata su uno schermo cinematografico è direttamente proporzionale all'inverso del quadrato della distanza tra il proiettore e lo schermo.*

1. *Esprimere con una formula matematica la relazione esposta poco sopra.*
2. *Se in un cinema di 30 metri e con uno schermo di 6 metri \times 9 metri lo schermo stesso viene ingrandito a 9 metri \times 13 metri che potenza dovrà avere la lampada perchè le immagini vengano proiettate sullo schermo con la stessa luminosità?*

Esercizio 33 *Si supponga che la popolazione aumenti con tasso annuo del 2%.*

1. *In quanto tempo la popolazione raddoppia?*
2. *Quanto tempo ci vuole perchè la popolazione raddoppi una seconda volta?*
3. *Se il tasso di crescita è la metà, quanto tempo ci vuole perchè la popolazione raddoppi una prima volta?*

Esercizio 34 *Dimostriamo che 1 hg è la stessa cosa di 1 g.*

1. $10 \text{ g} = 0.1 \text{ hg}$;
2. *elevando al quadrato la precedente,*

$$100 \text{ g} = 0.01 \text{ hg} = 0.01 \cdot 100 \text{ g} = 1 \text{ g} \quad .$$

C'è qualcosa che non va in questa dimostrazione? Cosa?

Esercizio 35 *Durante un compito uno studente ha scritto le seguenti equazioni:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_0^2 + \sqrt{mgh} \quad , \\ v &= v_0 + at \end{aligned}$$

Stabilire quali di queste sono sicuramente sbagliate e quali possono essere giuste, motivando la risposta.

Esercizio 36 *Quale unità di misura è la più appropriata nel misurare l'area di una mensa?*

1. *Chilometri quadrati.*
2. *Metri quadrati.*
3. *Centimetri quadrati.*
4. *Millimetri quadrati.*